水文環境シミュレーション

近藤昭彦

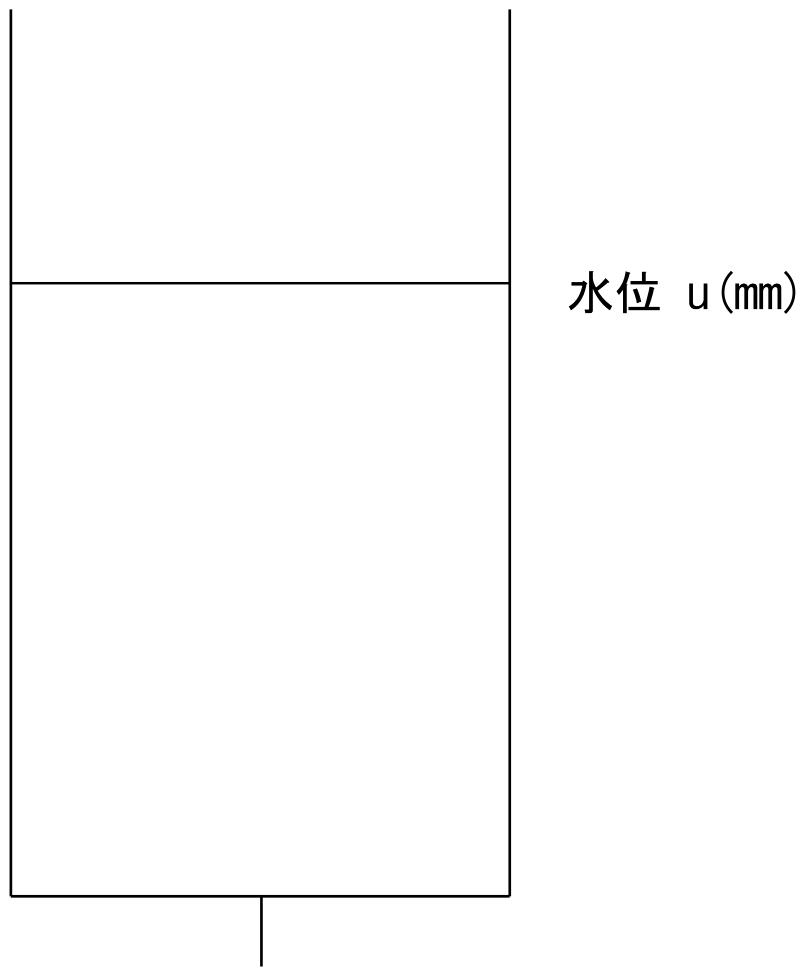
「シミュレーション」や「数値モデル」というと、カッコいいけど、難しそう、という印象を持たれる方も多いでしょう。

実は、偏微分方程式の数値解法の初歩を学び、試行錯誤することによって、複雑だけど、それほど難しいわけではないということがわかるでしょう。

何より、モデルの結果に右往左往しない強い自分自身の考え方、生き様を創り上げることに役立つかもしれません。

【その１】　タンクモデルの計算

●単位の底面積を持つタンクを考える。
●底面に流出孔がある。
●最初、タンクに100mmの水が入っているとする。
●孔から水が漏れだしてからの、タンクの水位の時間変化を求めよ。



[考え方]
u;/* 水位(mm) */
v;/* 漏れの速さ(mm^3/sec) */
dv;/* dt秒間の流出水量(mm^3) */
du;/* dt秒間の水位低下量(mm) */
c;/* 流出孔の水の漏れやすさ係数 */
t;/* 時間 */
dt;/* 時間の刻み幅 */

水位の時間変化は $$\frac{\partial u}{\partial t} = -cu$$

→水位uの変化速度は、その時の水位に逆比例

これを差分式で表すと、 $$\frac{u(t+\Delta t) - u(t))}{\Delta t} = -cu$$

整理すると、$u(t+\Delta t)=u(t)-cu(t)\Delta t$

【その２】　タンクの側面にも穴が開いていたら

●-c*u*dt は微小時間dtにおいて底面から流出する水による水位変化
●側面の高さh2にも穴が開いていたらどうなるか。

【その３】平衡状態のシミュレーション

長さ10cmの針金の一方を10℃、もう一方を0℃にしたら、針金の温度分布はどうなるか。ただし、針金は断熱材でくるまれているとする。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

差分式で表すと、

$$\frac{T(x-dx)-2T(x)+T(x+dx)}{dx^2} = 0$$

よって、

$$T(x)=\{T(x-dx)+T(x+dx)\}/2$$

0　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10
●－○－○－○－○－○－○－○－○－○－●
0　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10

【その４】時間変化のシミュレーション

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

ここで、T：温度、t：時間、K：熱伝導定数

$$\frac{T(x,t+dt) - T(x,t)}{dt} = K * \frac{T(x-dx,t)-2T(x,t)+T(x+dx,t)}{dx^2}$$

よって、

$$T(x,t+dt)=(K*dt/dx^2)\ \{T(x-dx,t)-2T(x,t)+T(x+dx,t)\} + T(x,t)$$

　同じ針金を使って、初期温度が０℃で、ある瞬間に左端を10℃に固定した場合の温度の時間変化を求めてみよう。